



ოილერის ოლიმპიადა. მეორე ტური. (მეორე სესია)

10 მაისი, 2026

ამოცანა 4:

დადებით მთელ რიცხვთა (n, k) წყვილს ვუწოდოთ *საინტერესო*, თუ $2 < k < n$ და შესაძლებელია n რაოდენობის ადამიანი გადანაწილდეს რამდენიმე კომიტეტში ისე, რომ დაკმაყოფილდეს შემდეგი ორი პირობა:

- 1) თითოეულ კომიტეტში შედის ზუსტად k რაოდენობის ადამიანი.
- 2) ადამიანთა ყოველი წყვილისთვის არსებობს ზუსტად ერთი კომიტეტი, რომელშიც ორივე მათგანი შედის.

დაამტკიცეთ, რომ

- ა) თუ (n, k) წყვილი საინტერესოა, მაშინ $(n - 1)$ იყოფა $(k - 1)$ -ზე.
- ბ) თუ (n, k) წყვილი საინტერესოა, მაშინ $n(n - 1)$ იყოფა $k(k - 1)$ -ზე.
- გ) თუ $p > 2$ მარტივი, ხოლო $m > 1$ მთელი რიცხვია, მაშინ (p^m, p) წყვილი საინტერესოა.

ამოცანა 5:

დაფაზე წერია ნებისმიერი სამი არაუარყოფითი მთელი რიცხვი. ერთ სვლაზე შენ შეგიძლია წაშალო ნებისმიერი ორი მათგანი, ვთქვათ, x და y , და, თუ $x \leq y$, მათ ნაცვლად დაწერო შემდეგი ორი რიცხვი: $2x$ და $y - x$. დაამტკიცე, რომ ამ სვლის რამდენიმეჯერ შესრულების შემდეგ შენ შეგიძლია მიიღო რიცხვთა სამეული, რომელშიც ერთერთი ნულის ტოლი იქნება.

ამოცანა 6:

მოცემულია $ABCD$ მართკუთხა ტრაპეცია, $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$. ცნობილია, რომ არსებობს AB მონაკვეთის ისეთი შიდა P წერტილი, რომლისთვისაც PC და BD წრფეები ურთიერთმართობულია. ვთქვათ, M არის PD მონაკვეთის შუა წერტილი. დაამტკიცეთ, რომ წრეწირი, რომლის ცენტრი არის C და გადის B წერტილზე, ეხება AMP სამკუთხედზე შემოხაზულ წრეწირს.

წერის ხანგრძლივობა: 4 საათი.

თითოეული ამოცანა ფასდება მაქსიმუმ 7 ქულით.