SCIENTIA • LABOR • LIBERTAS

თავისუფალი უნივერსიტეტი

ოილერის ოლიმპიადა. მეორე ტური. (მეორე სესია)

20 აპრილი, 2024

ამოცანა 4:

დაფაზე წერია სამი რიცხვი: $2023,\ 2024$ და 2025. ერთ სვლაზე უფლება გვაქვს რომელიმე ორი მათგანი გავზარდოთ 1-ით, ხოლო მესამე შევამციროთ 2-ით.

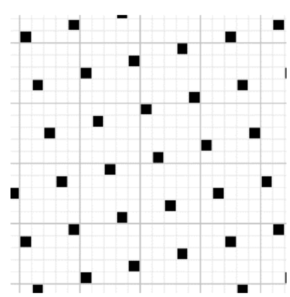
ა) შესაძლებელია თუ არა, რომ ასეთი ოპერაციის რამდენიმეჯერ ჩატარების შემდეგ მივიღოთ რიცხვთა სამეული, რომელშიც ორი რიცხვი თანაბარია?

ბ) იპოვეთ დადებით მთელ რიცხვთა ყველა იმ დალაგებულ სამეულთა რაოდენობა, რომელთა მიღებაც შესაძლებელია ასეთი ოპერაციის რამდენიმეჯერ ჩატარებით.

ამოცანა 5:

მოცემულია AB რკალი და მასზე მდებარე ნებისმიერი C წერტილი. ვთქვათ, D არის BC რკალის შუა წერტილი, ხოლო M არის AD ქორდის შუა წერტილი. მოცემული რკალის მიმართ D წერტილზე გავლებული მხები AC სხივს კვეთს K წერტილში. დაამტკიცეთ, რომ MBD სამკუთხედისა და $MCKD$ ოთხკუთხედის ფართობები თანაბარია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $\overset{\frown}{AB} = 180^{\circ}$.

ამოცანა 6:



ვთქვათ, სიბრტყე დაყოფილია ერთეულოვან კვადრატებად ჰორიზონტალური და ვერტიკალური წრფეებით. მიღებული უსასრულო მართკუთხა ცხრილის ზოგიერთ უჯრათა შეღებვას ვუწოდოთ *ბადური,* თუ შეღებილი კვადრატების ცენტრების სიმრავლე ემთხვევა, რაიმე თანაბრად დაშორებულ პარალელურ წრფეთა უსასრულო ოჯახისა და მათი მართობული და, ასევე, იგივე მანძილით თანაბრად დაშორებულ წრფეთა უსასრულო ოჯახის გადაკვეთის წერტილთა სიმრავლეს. მაგალითად, ნახაზზე ნაჩვენები შეღებვა არის ბადური. ბადური შეღებვის *ზომა* ვუწოდოთ მანძილს შეღებილი კვადრატის ცენტრიდან უახლოესი შეღებილი კვადრატის ცენტრამდე. იპოვეთ ყველა ნატურალური N რიცხვი, რომლისთვისაც შესაძლებელია ყველა ამ ერთეულოვანი კვადრატის შეღებვა N რაოდენობის ფერის გამოყენებით ისე, რომ შესრულდეს შემდეგი სამი პირობა:

1. ყოველი ფერისთვის არსებობს ერთი მაინც ამ ფერის უჯრა.
2. ყოველი ფერის მიმართ შეღებვა არის ბადური.
3. N-ივე ფერის ბადური შეღებვების ზომები თანაბარია.

წერის ხანგრძლივობა: 3 საათი.

თითოეული ამოცანა ფასდება მაქსიმუმ 7 ქულით.