

ოილერის ოლიმპიადი - 2024. პირველი ტური. (მეორე სესია)

ამოცანა 6: რომელი და ჯულიეტა გემის ბაქანზე ($\sqrt{2}$ ქულა)

მდინარეზე, რომლის დინების სიჩქარეა $3 \frac{\text{კმ}}{\text{სთ}}$, აგებულია ორი ნავსადგური. საკრუიზო გემი, ყოველ შაბათს 1-ელი ნავსადგურიდან მიდის მე-2-ში, ჩერდება მთელი ღამით და კვირას ბრუნდება 1-ელში. ამ გემზე ცხოვრობენ ლოკოკინები რომელი და ჯულიეტა. შაბათს, გემის გამოსვლისთანავე, ორივე ლოკოკინა გამოვიდა თავის სახლიდან ერთმანეთის შესახვედრად და აღმოჩნდა, რომ როდესაც ისინი შეხვდნენ, გემიც ამ დროს მივიდა მე-2 ნავსადგურში. ხოლო კვირას, როდესაც გემი გამოვიდა მე-2 ნავსადგურიდან, რომელი და იძრა თავისი სახლიდან და ჯულიეტას სახლთან მივიდა იმ დროს რა დროსაც გემი 1-ელ ნავსადგურში შევიდა. დაადგინეთ გემის სიჩქარე მდგარ წყალში თუ ცნობილია, რომ ჯულიეტა 2-ჯერ უფრო ნელა გადაადგილდება ვიდრე რომელი.

ამოცანა 7: ანას და ბექას რიცხვები (2 ქულა)

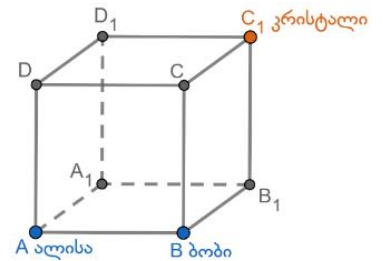
ნატურალურ რიცხვ N -ს, რომელიც ნაკლებია ას მილიონზე, ანამ გვერდით მიუწერა იგივე N რიცხვი. ბექამ შეკრიბა ყველა ნატურალური რიცხვი 1-იდან N -ის ჩათვლით. აღმოჩნდა, რომ ანას მიერ მიღებული რიცხვი 7-ჯერ აღემატება ბექას მიერ მიღებულ რიცხვს. რას უდრის N ?

ამოცანა 8: წერტილი კვადრატში ($\sqrt{6}$ ქულა)

$ABCD$ კვადრატის შიგნით აღებულია P წერტილი. ცნობილია, რომ $\angle BPC = 135^\circ$ და ADP სამკუთხედის ფართობი 2-ჯერ აღემატება PCD სამკუთხედის ფართობს: $S_{ADP} = 2 \cdot S_{PCD}$. იპოვეთ $\frac{AP}{PD}$.

ამოცანა 9: ჭიანჭველები კუბიკზე ($\sqrt{8}$ ქულა)

ჭიანჭველები სახელად ალისა და ბობი იმყოფებიან $ABCDA_1B_1C_1D_1$ კუბის A და B წვეროებში, ხოლო C_1 წვეროში დევს შაქრის კრისტალი (იხილეთ ნახაზი). ცნობილია, რომ ბობს შეუძლია ერთ ნუთში 20 მეტრი გაიაროს. მინიმუმ რამდენი მეტრის (მთელი რაოდენობის) გავლა უნდა შეეძლოს ალისას ერთ ნუთში, რომ მოახერხოს კრისტალამდე ბობზე ადრე მისვლა? (იგულისხმება რომ ჭიანჭველები მოძრაობენ კუბის ზედაპირზე)



ამოცანა 10: განტოლება ($\sqrt{11}$ ქულა)

იპოვეთ ყველა ნამდვილი x რიცხვი, რომლისთვისაც სამართლიანია შემდეგი ტოლობა:

$$\sqrt{1 + \frac{20}{x}} = \sqrt{1 + 24x} + 2$$