

# ოილერის ოლიმპიადა - 2023. მეორე ტური. (პირველი სესია)

## ამოცანა 1:

ერთ რიგში ჩამონერძილია 100 ნატურალური რიცხვი. ცნობილია, რომ მეორედან დანწყებული ყოველი რიცხვი მიღებულია მისი მარცხენა მეზობელი რიცხვის ან 2-ზე გაყოფით, ან 16-ზე გამრავლებით. შესაძლებელია თუ არა, რომ 100-ვე რიცხვი ჯამში გვაძლევდეს  $2^{2023}$ -ს?

## ამოცანა 2:

ვთქვათ,  $N$  რაიმე დადებითი მთელი რიცხვია. ქართული ხალხური ცეკვების შემსრულებელთა გუნდი შედგება  $2N$  რაოდენობის მოცეკვავისგან, რომელთა შორის  $N$  რაოდენობის ქალი და  $N$  რაოდენობის კაცია. ყველა ქალი, ისევე როგორც ყველა კაცი, გადანომრილია მთელი რიცხვებით 1-დან  $N$ -ის ჩათვლით. ერთერთი ცეკვის შესრულებისას რაღაც მომენტში ყველა მოცეკვავე ერთ რიგში დგება. მათ სურთ, რომ როდესაც ისინი ერთ რიგში განლაგდებიან, ყოველი  $k$ -სთვის 1-დან  $N$ -ის ჩათვლით,  $k$  ნომერ ქალსა და  $k$  ნომერ კაცს შორის იდგეს ზუსტად  $k$  რაოდენობის მოცეკვავე. დაამტკიცეთ, რომ თუ

- ა)  $N \equiv 1$  ან  $2 \pmod{4}$  მაშინ მოცეკვავეები ვერ შეძლებენ განლაგდნენ სასურველი თანმიმდევრობით.
- ბ)  $N \equiv 0$  ან  $3 \pmod{4}$  მაშინ მოცეკვავეებს შეუძლიათ სასურველი თანმიმდევრობით განლაგება.

## ამოცანა 3:

$ABCD$  ამოზნექილ ოთხკუთხედში სრულდება შემდეგი ტოლობა

$$AB \cdot CD = AD \cdot BC = AC \cdot BD.$$

იპოვეთ ამ ოთხკუთხედის ყველა მახვილი კუთხის ჯამი.

წერის ხანგრძლივობა: 3 სთ.

თითოეული ამოცანა ფასდება მაქსიმუმ 7 ქულით.